Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SES, veuillez visiter :
bac-maths-ses.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2025
Spécialité Mathématiques
Amérique du Sud – Jour 1

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2025

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

EXERCICE 1 (4 points)

1. a. Le jour de la rentrée, l'étudiant a choisi un plat végétarien, donc le 1er jour il est certain d'être végétarien : $p_1 = 1$.

La probabilité qu'il choisisse à nouveau un plat végétarien le lendemain (2e jour) est alors $p_2 = 0{,}9$.

1. b. On s'intéresse au 3e jour. On peut représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités sur trois jours.

Du 1er au 2e jour :

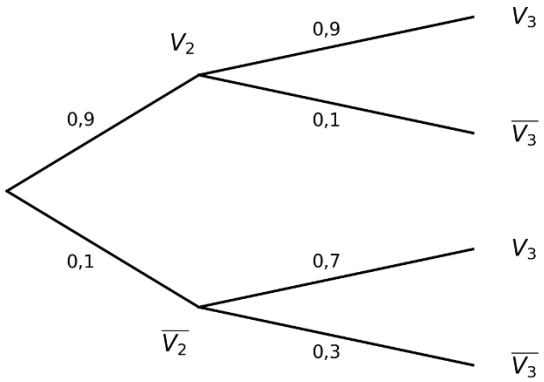
$$P(V_2) = 0{,}9$$

$$P(\overline{V}_2) = 0{,}1$$

Du 2e au 3e jour :

$$P(V_3 \mid V_2) = 0{,}9$$

$$P(V_3 \mid \overline{V}_2) = 0{,}7$$



On calcule alors :

$$p_3 = P(V_3) = P(V_2 \cap V_3) + P(\overline{V}_2 \cap V_3) = P(V_2)\ P(V_3 \mid V_2) + P(\overline{V}_2)\ P(V_3 \mid \overline{V}_2)$$

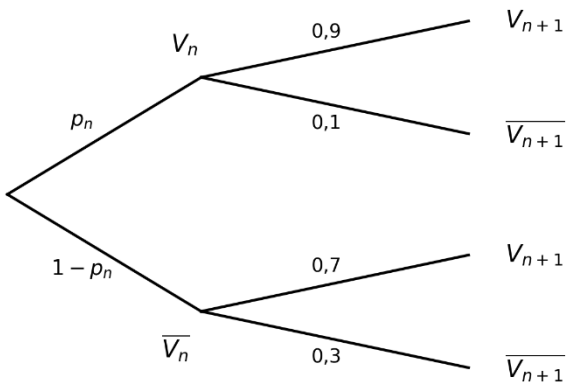
$$= 0{,}9 \times 0{,}9 + 0{,}1 \times 0{,}7 = 0{,}81 + 0{,}07 = 0{,}88$$

1. c. On cherche $P(\overline{V}_2 \mid V_3)$, la probabilité qu'il ait choisi un plat non végétarien le 2e jour sachant qu'il a choisi végétarien le 3e jour.

On utilise la formule de la probabilité conditionnelle :

$$P(\overline{V}_2 \mid V_3) = \frac{P(\overline{V}_2 \cap V_3)}{P(V_3)} = \frac{0{,}1 \times 0{,}7}{0{,}88} = \frac{7}{88} \approx 0{,}080$$

2. On complète l'arbre pondéré :



3. On veut exprimer $p_{n+1} = P(V_{n+1})$ en fonction de p_n.

D'après la formule des probabilités totales, en utilisant les événements V_n et $\overline{V}_n$:

$$p_{n+1} = P(V_{n+1}) = P(V_n)\,P(V_{n+1} \mid V_n) + P(\overline{V}_n)\,P(V_{n+1} \mid \overline{V}_n)$$

$$p_{n+1} = p_n \times 0{,}9 + (1 - p_n) \times 0{,}7$$

$$p_{n+1} = 0{,}9p_n + 0{,}7 - 0{,}7p_n$$

$$p_{n+1} = 0{,}2p_n + 0{,}7$$

4. a. Le programme qui renvoie les n premiers termes de la suite (p_n) est le programme 1.

La programme 2 donne $n + 1$ termes, et le programme 3 donne des valeurs supérieures à 1.

4. b. Calcul des cinq premiers termes :

$$p_1 = 1$$

$$p_2 = 0{,}2 \times 1 + 0{,}7 = 0{,}9$$

$$p_3 = 0{,}2 \times 0{,}9 + 0{,}7 = 0{,}18 + 0{,}7 = 0{,}88$$

$$p_4 = 0{,}2 \times 0{,}88 + 0{,}7 = 0{,}176 + 0{,}7 = 0{,}876$$

$$p_5 = 0{,}2 \times 0{,}876 + 0{,}7 = 0{,}1752 + 0{,}7 = 0{,}8752$$

Donc le programme affiche, pour $n = 5$:

$$[1,\ 0.9,\ 0.88,\ 0.876,\ 0.8752]$$

5. On veut montrer par récurrence que, pour tout entier $n \geq 1$:

$$p_n = 0{,}125 \times 0,2^{n-1} + 0{,}875$$

<u>Initialisation :</u>

Pour $n = 1$:

$$p_1 = 1$$

D'après la formule proposée :

$$0{,}125 \times 0,2^{1-1} + 0{,}875 = 0{,}125 \times 0,2^{0} + 0{,}875 = 0{,}125 \times 1 + 0{,}875 = 1$$

La propriété est vraie au rang 1.

<u>Hérédité :</u>

On suppose qu'il existe un entier $n \geq 1$ tel que

$$p_n = 0{,}125 \times 0,2^{n-1} + 0{,}875$$

On calcule alors p_{n+1} grâce à la relation de récurrence :

$$p_{n+1} = 0{,}2p_n + 0{,}7$$

En remplaçant p_n par son expression :

$$p_{n+1} = 0{,}2(0{,}125 \times 0,2^{n-1} + 0{,}875) + 0{,}7$$

$$p_{n+1} = 0{,}2 \times 0{,}125 \times 0,2^{n-1} + 0{,}2 \times 0{,}875 + 0{,}7$$

$$p_{n+1} = 0{,}125 \times 0,2^{n} + 0{,}175 + 0{,}7$$

$$p_{n+1} = 0{,}125 \times 0,2^{n} + 0{,}875$$

Ce qui est bien la formule annoncée au rang $n+1$.

Conclusion :

La propriété est donc vraie pour $n = 1$ et héréditaire de n à $n+1$. Par conséquent, pour tout entier $n \geq 1$:

$$p_n = 0{,}125 \times 0,2^{n-1} + 0{,}875$$

6. On utilise l'expression explicite trouvée :

$$p_n = 0{,}125 \times 0,2^{n-1} + 0{,}875$$

On sait que $0,2^{n-1} \to 0$ lorsque $n \to +\infty$, car $0{,}2 \in (0,1)$.

Ainsi :

$$\lim_{n \to +\infty} p_n = 0{,}125 \times 0 + 0{,}875 = 0{,}875$$

Donc la suite (p_n) converge vers $0{,}875$.

En langage courant : à long terme, la probabilité que l'étudiant choisisse un plat végétarien se stabilise autour de 87,5 %.

EXERCICE 2 (5 points)

Attention : Erreur dans la numérotation des affirmations dans l'énoncé. 2 et 3 sont inversés.

1. On a deux équipes de 22 et 25 joueurs. Chaque joueur de la première équipe serre la main de chacun des 25 joueurs de l'autre équipe.

Nombre total de poignées de main :

$$22 \times 25 = 550$$

L'affirmation 1 est fausse.

2. On a 18 concurrents et on récompense « indistinctement les trois premiers », c'est-à-dire que les trois récompensés reçoivent le même prix, sans distinction de 1er, 2e ou 3e.

On doit donc simplement choisir un groupe de 3 personnes parmi 18, sans tenir compte de l'ordre.

Le nombre de possibilités est donc une combinaison :

$$\binom{18}{3} = \frac{18 \times 17 \times 16}{3 \times 2 \times 1} = 816$$

L'affirmation 2 est fausse.

3. Il y a 7 sportifs dont Jacques. On veut compter les podiums ordonnés (1er, 2e, 3e) dans lesquels Jacques apparaît.

On peut raisonner ainsi :

- On choisit la place de Jacques sur le podium : il peut être 1er, 2e ou 3e → 3 possibilités
- Pour chacune de ces positions, il reste 2 places à remplir avec 2 sportifs distincts parmi les 6 autres. Le nombre de façons de les placer, en tenant compte de l'ordre, est :

$$6 \times 5 = 30$$

Donc le nombre total de podiums où Jacques apparaît est :

$$3 \times 30 = 90$$

L'affirmation 3 est vraie.

4. On a deux variables aléatoires indépendantes X_1 et X_2 de même loi donnée par le tableau de l'énoncé.

On pose $Y = X_1 + X_2$. On cherche $P(Y = 4)$.

On liste les couples de valeurs possibles donnant une somme de 4 :

$$(-1; 5)(2; 2)(5; -1)$$

Grâce à l'indépendance :

$$P(Y = 4) = P\big((X_1 = -1) \cap (X_2 = 5)\big)$$
$$+P\big((X_1 = 2) \cap (X_2 = 2)\big)$$
$$+P((X_1 = 5) \cap (X_2 = -1))$$
$$= 0{,}4 \times 0{,}2 + 0{,}3 \times 0{,}3 + 0{,}2 \times 0{,}4 = 0{,}25$$

L'affirmation 4 est vraie.

5. On cherche la probabilité conditionnelle $P(X \geq 18 \mid X \geq 15)$:

$$P(X \geq 18 \mid X \geq 15) = \frac{P\big((X \geq 15) \cap (X \geq 18)\big)}{P(X \geq 15)} = \frac{P(X \geq 18)}{P(X \geq 15)}$$

Avec la calculatrice, on trouve :

$$P(X \geq 15) \approx 0{,}9327$$

$$P(X \geq 18) \approx 0{,}4049$$

Donc :

$$P(X \geq 18 \mid X \geq 15) \approx \frac{0{,}4049}{0{,}9327} \approx 0{,}434$$

L'affirmation 5 est vraie.

EXERCICE 3 (6 points)

Partie A : lectures graphiques

1. Environ 1 heure.

2. Environ $[0{,}3\ ;\ 2{,}5]$.

3. f semble concave sur $[0; 2]$ puis convexe sur $[2; 8]$.

Partie B : détermination de la fonction f

1. Les solutions sont de la forme $y(t) = Ce^{-t}$ où $C \in \mathbb{R}$.

2. On pose $u(t) = ate^{-t}$. La fonction u est dérivable, donc :

$$u'(t) = a(e^{-t} - te^{-t}) = ae^{-t}(1 - t)$$

Ainsi :

$$u'(t) + u(t) = ae^{-t}(1 - t) + ate^{-t} = ae^{-t}$$

Pour que u soit solution de $y' + y = 5e^{-t}$, il faut :

$$ae^{-t} = 5e^{-t} \Leftrightarrow a = 5$$

3. Les solutions de (E) sont la somme d'une solution générale (E') et d'une solution particulière de (E) :

$$y(t) = Ce^{-t} + 5te^{-t}$$

4. On sait que $f(0) = 0$.

Or $f(0) = Ce^0 + 5 \cdot 0 \cdot e^0 = C$, donc $C = 0$

Ainsi :

$$f(t) = 5te^{-t}$$

Partie C : étude de la fonction f

1. Par croissances comparées, on obtient :

$$\lim_{t\to+\infty} 5te^{-t} = 0$$

Interprétation : à long terme, la concentration du médicament dans le sang tend vers 0 g/L.

2. La fonction f est dérivable sur $[0; +\infty[$. On détermine la dérivée :

$$f'(t) = 5 \times e^{-t} + 5t \times (-1)e^{-t} = 5(e^{-t} - te^{-t}) = 5e^{-t}(1 - t)$$

Comme $5e^{-t} > 0$ pour tout $t \geq 0$, le signe de $f'(t)$ est celui de $1 - t$:

- sur $[0; 1]$, $f'(t) \geq 0$ donc f est croissante.
- sur $[1; +\infty[$, $f'(t) \leq 0$ donc f est décroissante.

De plus :

$$f(0) = 0 \qquad f(1) = 5e^{-1} \qquad \lim_{t\to+\infty} f(t) = 0$$

Ce qui donne le tableau de variations suivant :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	$5e^{-1}$	↘	0

3. On cherche $f(t) = 1$, soit $5te^{-t} = 1$.

f est continue et strictement croissante sur $[0; 1]$. Par ailleurs, $f(0) = 0 < 1$ et $f(1) = 5/e \approx 1{,}84 > 1$.
Donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique $t_1 \in [0; 1]$ tel que $f(t_1) = 1$.

De même, f est continue et strictement décroissante sur $[1; +\infty[$. Par ailleurs, $f(2) = 10/e^2 \approx 1{,}35 > 1$ et $f(3) = 15/e^3 \approx 0{,}75 < 1$.
Ainsi, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique $t_2 \in [2; 3]$ tel que $f(t_2) = 1$.

À la calculatrice, on obtient :

$$t_1 \approx 0{,}26 \qquad t_2 \approx 2{,}54$$

4. Le risque de somnolence correspond à $f(t) \geq 1$, donc pour $t \in [t_1; t_2]$.

La durée du risque vaut :

$$t_2 - t_1 \approx 2{,}54 - 0{,}26 = 2{,}28 \text{ heures}$$

La durée du risque est donc d'environ 2 h 17 min.

<u>Partie D</u>

$$T_m = \int_0^1 5\,te^{-t}\,dt = 5\int_0^1 te^{-t}\,dt$$

On effectue une intégration par parties sur $\int_0^1 te^{-t}\,dt$ avec :

$$u = t \qquad u' = 1$$
$$v' = e^{-t} \qquad v = -e^{-t}$$

Donc :

$$\int_0^1 t\,e^{-t}\,dt = [uv]_0^1 - \int_0^1 v\,dt = [-te^{-t}]_0^1 + \int_0^1 e^{-t}\,dt$$
$$= -\frac{1}{e} + 1 - \frac{1}{e}$$
$$= 1 - \frac{2}{e}$$

Et finalement :

$$T_m = 5\left(1 - \frac{2}{e}\right) = 5 - \frac{10}{e} \approx 1{,}32$$

EXERCICE 4 (5 points)

1. La droite (CK) passe par $C(0;0;1)$ et admet pour vecteur directeur $\overrightarrow{CK}\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{3}{2};-1\right)$.

Donc une représentation paramétrique est :

$$(x;y;z) = (0;0;1) + t\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{3}{2};-1\right)$$

C'est-à-dire :

$$\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = \dfrac{3}{2}t \\ z = -t+1 \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

2. Pour $M(t)$ sur (CK), on a $M(t)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t;\frac{3}{2}t;-t+1\right)$.

Donc :

$$OM(t) = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)^2 + \left(\frac{3}{2}t\right)^2 + (-t+1)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4}t^2 + \frac{9}{4}t^2 + t^2 - 2t + 1}$$

$$= \sqrt{4t^2 - 2t + 1}$$

3. a. On pose $f(t) = \sqrt{4t^2-2t+1}$.

f est dérivable sur $\mathbb{R}$:

$$f'(t) = \frac{8t-2}{2\sqrt{4t^2-2t+1}} = \frac{4t-1}{\sqrt{4t^2-2t+1}}$$

Le dénominateur est > 0 , donc le signe de $f'(t)$ est celui de $4t-1$.

Ainsi f est décroissante sur $\left]-\infty;\frac{1}{4}\right]$ puis croissante sur $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$.

x	$-\infty$		$1/4$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$		↘	$\sqrt{3}/2$	↗	

3. b. Le minimum est atteint quand $4t - 1 = 0$, soit

$$t = \frac{1}{4}$$

4. Le projeté orthogonal du point O sur la droite (CK) est le point de (CK) le plus proche du point O. D'après la question précédente, ce minimum correspond à $t = 1/4$.

C'est donc le point de coordonnées :

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{4} \; ; \; \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} \; ; \; -\frac{1}{4} + 1\right)$$

Soit :

$$H\left(\frac{\sqrt{3}}{8}; \frac{3}{8}; \frac{3}{4}\right)$$

5. On remarque que le point H appartient à la droite (CK), et que le droite (CK) est incluse dans le plan (ABC). Ainsi, le point H appartient donc au plan (ABC).

On calcule les produits scalaires montrant que H appartient aux hauteurs.

$$\overrightarrow{BC} = (0; -2; 1) \qquad \overrightarrow{AH} = \left(-\frac{15\sqrt{3}}{8}; \frac{3}{8}; \frac{3}{4}\right)$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \times \left(-\frac{15\sqrt{3}}{8}\right) + (-2) \times \frac{3}{8} + 1 \times \frac{3}{4} = -\frac{6}{8} + \frac{6}{8} = 0$$

Donc $(AH) \perp (BC)$: H est sur la hauteur issue de A.

$$\overrightarrow{AC} = (-2\sqrt{3}; 0; 1) \qquad \overrightarrow{BH} = \left(\frac{\sqrt{3}}{8}; -\frac{13}{8}; \frac{3}{4}\right)$$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BH} = (-2\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{3}}{8} + 0 \times \left(-\frac{13}{8}\right) + 1 \times \frac{3}{4} = -\frac{6}{8} + \frac{6}{8} = 0$$

Donc $(BH) \perp (AC)$: H est aussi sur la hauteur issue de B.

Ainsi H est l'intersection de deux hauteurs du triangle ABC, donc H est l'orthocentre du triangle ABC.

6.a. Dans le plan (ABC), on peut prendre deux vecteurs non colinéaires $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{OH} = \left(\frac{\sqrt{3}}{8}; \frac{3}{8}; \frac{3}{4}\right) \qquad \overrightarrow{AB} = (-2\sqrt{3}; 2; 0) \qquad \overrightarrow{AC} = (-2\sqrt{3}; 0; 1)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OH} = (-2\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{3}}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 0 \times \frac{3}{4} = -\frac{6}{8} + \frac{6}{8} = 0$$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{OH} = (-2\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{3}}{8} + 0 \times \frac{3}{8} + 1 \times \frac{3}{4} = -\frac{6}{8} + \frac{6}{8} = 0$$

Donc $\overrightarrow{OH}$ est orthogonal à deux directions du plan (ABC), ainsi $(OH) \perp (ABC)$.

6. b. Un vecteur normal à (ABC) est donc $\overrightarrow{OH}$. On peut prendre comme vecteur normal suivant :

$$\vec{n} = (\sqrt{3}; 3; 6)$$

(car $(\sqrt{3}; 3; 6) = 8\,\overrightarrow{OH}$).

Une équation du plan est alors :

$$\sqrt{3}\,x + 3y + 6z = d$$

Comme $A(2\sqrt{3}; 0; 0)$ appartient au plan, on a :

$$d = \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 6$$

Donc une équation de (ABC) est :

$$\sqrt{3}\,x + 3y + 6z = 6$$

7. Puisque le point K est le projeté orthogonal du point C sur la droite (AB), alors CK est une hauteur du triangle ABC relative à la base AB.

On calcule les longueurs :

$$AB = \sqrt{(-2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{12 + 4} = 4$$

$$CK = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + (-1)^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{9}{4} + 1} = \sqrt{4} = 2$$

Donc l'aire du triangle ABC vaut :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times CK = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

———

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.