Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SES, veuillez visiter :
bac-maths-ses.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du baccalauréat Nouvelle-Calédonie 27 octobre 2022

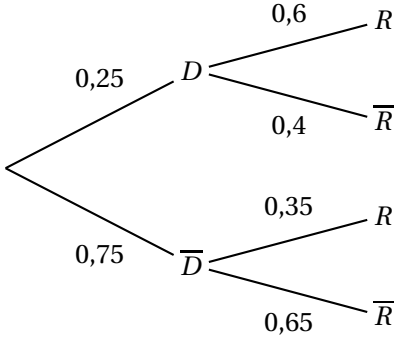
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ Jour 2

Le candidat traite 4 exercices : les exercices 1, 2 et 3 communs à tous les candidats et un seul des deux exercices A ou B.

EXERCICE 1 **7 points**

Principaux domaines abordés : Probabilités

1. a.



b. $p\left(\overline{D}\cap R\right) = p\left(\overline{D}\right) \times p_{\overline{D}}(R) = 0,75 \times 0,35 = 0,2625$.

c. On a de même $p(D\cap R) = p(D) \times p_D(R) = 0,25 \times 0,6 = 0,15$.

D'après la loi des probabilités totales :

$p(R) = p(D\cap R) + p\left(\overline{D}\cap R\right) = 0,15 + 0,2625 = 0,4125$.

d. Il faut trouver $p_R\left(\overline{D}\right) = \dfrac{p\left(R\cap\overline{D}\right)}{p(R)} = \dfrac{0,2625}{0,4125} \approx 0,6364$, soit 0,64 au centième près.

2. a. Les tirs sont indépendants et à chaque tir la probabilité de le réussir est égale à 0,35 : la variable aléatoire X égale au nombre de réussites suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,35$.

b. On a $E = np = 10 \times 0,35 = 3,5$: en moyenne sur 20 tirs Stéphanie en réussira 7.

c. La calculatrice donne $p(X \leqslant 6) \approx 0,97$.

d. On a de même $p(X \geqslant 6) \approx 0,095$.

3. La probabilité de rater n tirs à 3 points est égale à $0,65^n$, donc elle d'en réussir un est $1 - 0,65^n$.

Il faut donc résoudre dans $\mathbb{N}$, l'inéquation $1 - 0,65^n \geqslant 0,99 \iff 0,01 \geqslant 0,65^n$, soit par croissance de la fonction logarithme népérien :

$\ln 0,01 \geqslant n \ln 0,62 \iff \dfrac{\ln 0,01}{\ln 0,65} \leqslant n$ (car $\ln 0,65 < 0$).

Or $\dfrac{\ln 0,01}{\ln 0,65} \approx 10,69$; le plus petit naturel solution est donc 11 : Stéphanie doit tenter 11 tirs.

EXERCICE 2 **7 points**

Principaux domaines abordés : fonctions, fonction logarithme.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

1. **a.** Somme de produits de fonctions dérivables sur $]0\,;\,+\infty[$, f est dérivable et sur cet intervalle :

$f'(x) = \ln x + x \times \dfrac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x.$

b. On a $f(\mathrm{e}) = \mathrm{e}\ln\mathrm{e} - \mathrm{e} - 2 = -2$.

De plus $f'(\mathrm{e}) = \ln\mathrm{e} = 1$.

On sait que $M(x\,;\,y) \in (T) \iff y - (-2) = 1(x - \mathrm{e}) \iff y = x - 2 - \mathrm{e}$.

c. De $f'(x) = \ln x$, on en déduit que $f''(x) = \dfrac{1}{x}$.

Comme $x > 0$, on a donc $f''(x) > 0$ sur $]0\,;\,+\infty[$: la fonction f est donc convexe sur cet intervalle.

d. Le résulta précédent montre que la courbe $\mathcal{C}_f$ est au dessus de la tangente T.

2. **a.** On sait que $\lim\limits_{x\to 0} x\ln x = 0$, que $\lim\limits_{x\to 0} x = 0$, donc par somme de limites $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -2$

b. On a pour tout réel $x \in]0\,;\,+\infty[$, on peut écrire :

$f(x) = x[\ln(x) - 1] - 2$.

Comme $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x - 1 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$, on a par produit de limites : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

3. On a $f'(x) = \ln x$. On sait que :

- sur $]0\,;\,1[$, $\ln x < 0$: donc f décroit sur cet intervalle ;
- sur $]1\,;\,+\infty[$, $\ln x > 0$: donc f croit sur cet intervalle ;
- $f(1) = -1 - 2 = -3$ est donc le minimum de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

D'où le tableau de variations :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
f	‖ -2	↘	-3	↗	$+\infty$

4. **a.** Le tableau de variations montre que sur l'intervalle $]1\,;\,+\infty[$, f est strictement croissante de -3 à plus l'infini.

f étant continue car dérivable, le théorème des valeurs intermédiaires montre qu'il existe un réel unique α de $]1\,;\,+\infty[$ tel que $f(\alpha) = 0$.

b. On a $f(4{,}3) \approx -0{,}028$ et $f(4{,}4) \approx 0{,}119$.

D'après le même théorème ceci montre que $\alpha \in]4{,}3\,;\,4{,}4[$.

c. Conclusion :

- sur $]0\,;\,\alpha[$, $f(x) < 0$;
- sur $]\alpha\,;\,+\infty[$, $f(x) > 0$;
- $f(\alpha) = 0$.

La fonction `seuil(0.01)` renvoie la valeur 4,32.

Ceci donne l'encadrement de α au centième près : $4,31 < \alpha < 4,32$.

EXERCICE 3 **7 points**

Principaux domaines abordés : géométrie dans l'espace

Une maison est modélisée par un parallélépipède rectangle ABCDEFGH surmonté d'une pyramide EFGHS.

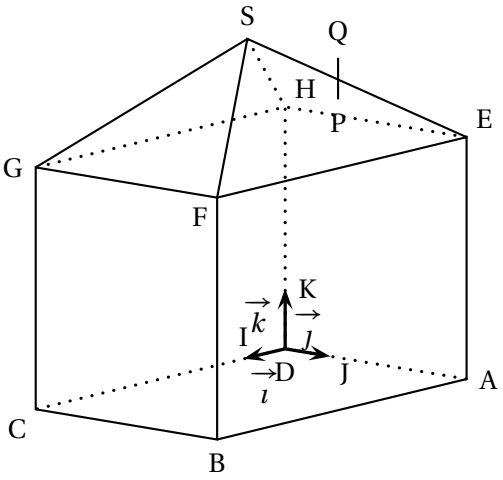
On a DC = 6, DA = DH = 4.

Soit les points I, J et K tels que $\overrightarrow{\text{DI}} = \frac{1}{6}\overrightarrow{\text{DC}}$, $\overrightarrow{\text{DJ}} = \frac{1}{4}\overrightarrow{\text{DA}}$, $\overrightarrow{\text{DK}} = \frac{1}{4}\overrightarrow{\text{DH}}$.

On note $\vec{\imath} = \overrightarrow{\text{DI}}$, $\vec{\jmath} = \overrightarrow{\text{DJ}}$, $\vec{k} = \overrightarrow{\text{DK}}$.

On se place dans le repère orthonormé $\left(\text{D}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$.

On admet que le point S a pour coordonnées (3 ; 2 ; 6).



1. B(6 ; 4 ; 0), E(0 ; 4 ; 4), F(6 ; 4 ; 4), G(6 ; 0 ; 4).

2. On a $\mathcal{A}(\text{EFGH}) = 6 \times 4 = 24$.

La hauteur de la pyramide est égale à $6 - 4 = 2$, donc :

$V(\text{EFGHS}) = \frac{1}{3} \times 24 \times 2 = 16$.

D'autre part $V(\text{ABCDEFGH}) = 6 \times 4 \times 4 = 96$.

Le volume de la maison est donc égal à $16 + 96 = 112$.

Or $\frac{V(\text{EFGHS})}{V(\text{maison})} = \frac{16}{112}\frac{4}{28} = \frac{1}{7}$.

3. **a.** On a $\overrightarrow{\text{EF}}\begin{pmatrix}6\\0\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{ES}}\begin{pmatrix}3\\-2\\2\end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{\text{EF}} \cdot \vec{n} = 6 \times 0 + 0 \times 1 + 0 \times 1 = 0$ et

$\overrightarrow{\text{ES}} \cdot \vec{n} = 3 \times 0 - 2 \times 1 + 2 \times 1 = 0$.

Le vecteur $\vec{n}$ orthogonal à deux vecteurs manifestement non colinéaires du plan (EFS) est donc normal à ce plan.

b. Le résultat précédent montre que :

$M(x\,;\,y\,;\,z) \in (\text{EFS}) \iff 0x + 1y + 1z = d, \quad d \in \mathbb{R}$.

Or, par exemple $\text{E}(0\,;\,4\,;\,4) \in (\text{EFS}) \iff 0 + 4 + 4 = d \iff d = 8$.

On a donc $M(x\,;\,y\,;\,z) \in (\text{EFS}) \iff y + z = 8$.

4. **a.** On a $M(x\,;\,y\,;\,z) \in (\text{PQ}) \iff \overrightarrow{\text{QM}} = t\,\vec{k}, \quad (t \in \mathbb{R}) \iff \begin{cases} x - 2 &= 0t \\ y - 3 &= 0t \\ z - 5,5 &= 1t \end{cases} \iff$

$$\begin{cases} x &= 2 \\ y &= 3 \\ z &= 5,5+t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R}).$$

b. Les coordonnées du point P vérifient les équations paramétriques de la droite (PQ) et du plan (EFS), donc du système :

$$\begin{cases} x &= 2 \\ y &= 3 \\ z &= 5,5+t \\ y+z &= 8 \end{cases} \Rightarrow 3+5,5+t=8 \iff t=-0,5.$$

Conclusion : P(2 ; 3 ; 5).

c. On a $PQ^2=(2-2)^2+(3-3)^2+(5,5-5)^2=0,25$, donc PQ = 0,5.

5. Δ a pour vecteur directeur $\vec{\delta}\begin{pmatrix}6\\-4\\4\end{pmatrix}$ et la droite (PQ) a pour vecteur directeur $\vec{k}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$: ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires donc les droites ne sont pas parallèles.

Elles sont sécantes s'il existe un point $M(x\,;\,y\,;\,z)$ dont les coordonnées vérifient les équations des deux droites soit le système :

$$\begin{cases} x &= 2 \\ y &= 3 \\ z &= 5,5+t \\ x &= -4+6s \\ y &= 7-4s \\ z &= 2+4s \end{cases}$$

On en déduit (équations 1 et 4) que $2=-4+6s \iff 6=6s \iff s=1$ et (équations 3 et 6) que $5,5+t=2+4 \iff t=0,5$.

Il existe donc un point commun aux deux droites de coordonnées (2 ; 3 ; 6)

Reprenons les équations paramétriques de la droite (PQ) : $M(x\,;\,y\,;\,z)\in(\text{PQ}) \iff$

$$\begin{cases} x &= 2 \\ y &= 3 \\ z &= 5,5+t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$$

L'abscisse et l'ordonnée de tous les points de cette droite sont fixes, seule la cote varie de 5 pour P (correspondant à $t=-0,5$ à 5,5 pour Q (correspondant à $t=0$) ; autrement dit les points du segment vérifient le système :

$$M(x\,;\,y\,;\,z)\in[\text{PQ}] \iff \begin{cases} x &= 2 \\ y &= 3 \\ z &= 5,5+t \end{cases}, \quad (-0,5 \leqslant t \leqslant 0).$$

Le point commun aux deux droites correspond lui à $t=0,5$, donc n'appartient pas au segment [PQ] : autrement dit l'oiseau ne va pas percuter l'antenne représentée par le segment [PQ]. (il va passer 0,5 unité au dessus de [PQ]).

EXERCICE 4 **7 points**

Principaux domaines abordés : suites, fonctions, primitives

1.

$$u_n=\frac{(-1)^n}{n+1}.$$

On a $-1 \leqslant (-1)^n \leqslant 1$, donc puisque $n+1 \geqslant 1 > 0$ et que $\dfrac{1}{n1} > 0$, on en déduit que pour tout naturel :

$$-\frac{1}{n+1} \leqslant u_n \leqslant \frac{1}{n+1}$$

La suite (u_n) encadrée par deux suites ayant pour limite 0 a pour limite 0.

✧✧✧

Dans les questions 2 et 3, on considère deux suites (v_n) et (w_n) vérifiant la relation :

$$w_n = \mathrm{e}^{-2v_n} + 2.$$

On a $w_0 = \mathrm{e}^{-2v_0} + 2 = \mathrm{e}^{-2\ln(a)} + 2 = \dfrac{1}{\mathrm{e}^{2\ln(a)}} + 2 = \dfrac{1}{\mathrm{e}^{\ln(a^2)}} + 2 = \dfrac{1}{a^2} + 2.$

2. On sait que la suite (v_n) est croissante. On peut affirmer que la suite (w_n) est :
On a successivement :
$v_n \leqslant v_{n+1} \Rightarrow 2v_n \leqslant 2v_{n+1} \Rightarrow -2v_{n+1} \leqslant -2v_n \Rightarrow \mathrm{e}^{-2v_{n+1}} \leqslant \mathrm{e}^{-2v_n}$ par croissance de la fonction exponentielle et enfin $\mathrm{e}^{-2v_{n+1}} + 2 \leqslant \mathrm{e}^{-2v_n} + 2$, soit $w_{n+1} \leqslant w_n$: la suite (w_n) est décroissante.
D'autre part on sait que quel que soit le réelα, $\mathrm{e}^{\alpha} > 0$ donc la suite est minorée par 2.

3.

$$a_0 = 2 \text{ et, pour tout entier naturel } n, \quad a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + \frac{8}{3}.$$

Soit la suite (b_n) définie pour tout naturel n par $b_n = a_n + \alpha$.
Alors $b_{n+1} = a_{n+1} + \alpha = \dfrac{1}{3}a_n + \dfrac{8}{3} + \alpha = \dfrac{1}{3}(b_n - \alpha) + \dfrac{8}{3} + \alpha = \dfrac{1}{3}b_n - \dfrac{\alpha}{3} + \dfrac{8}{3} + \alpha = \dfrac{1}{3}b_n + \dfrac{8+2\alpha}{3}$.
Prenons $\alpha = -4$, alors $b_{n+1} = \dfrac{1}{3}b_n$: cette égalité montre que la suite (b_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$ et de premier terme $b_0 = a_0 + \alpha = 2 - 4 = -2$.
On sait qu'alors que, quel que soit le naturel n, $b_n = b_0 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^n = -2 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$.
Finalement $b_n = a_n - 4 \iff a_n = 4 + b_n = 4 - 2 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$.

4. On considère une suite (b_n) telle que, pour tout entier naturel n, on a :

$$b_{n+1} = b_n + \ln\left(\frac{2}{(b_n)^2 + 3}\right).$$

On a quel que soit le naturel n, $b_{n+1} - b_n = \ln\left(\dfrac{2}{(b_n)^2 + 3}\right)$.
Or quel que soit le réel b_n, $b_n^2 \geqslant 0$, donc $(b_n)^2 + 3 \geqslant 3 > 2$, donc $\dfrac{2}{(b_n)^2 + 3} < 1$ et enfin $\ln\left(\dfrac{2}{(b_n)^2 + 3}\right) < 0$.
Conclusion : $b_{n+1} - b_n < 0$ montre que la suite (b_n) est décroissante.

5.

$$g(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{x}.$$

- Au voisinage de zéro : $\lim\limits_{x\to 0} \mathrm{e}^x = 1$ et $\lim\limits_{x\to 0} x = 0$, donc $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = +\infty$: géométriquement l'axe des ordonnées est asymptote verticale à $\mathcal{C}_g$.
- Au voisinage de plus l'infini : on sait que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$, donc pas d'asymptote.

6.

$$f(x) = x\mathrm{e}^{x^2+1}.$$

En posant $u(x) = x^2+1$, on a $u'(x) = 2x$ et l'on peut écrire $f(x) = \frac{1}{2}\times 2x\times \mathrm{e}^{x^2+1} = \frac{1}{2}u'\mathrm{e}^u$: on reconnait la dérivée de $\frac{1}{2}\mathrm{e}^u = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2+1}$.

Donc $F(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2+1}$.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.